В задачах моделирования месторождений расчет движения многофазной смеси выполняется в неоднородной пористой среде, которая характеризуется зависящими от пространственных координат тензором структурной проницаемости  и пористостью . Скорость  движения в пористой среде каждой фазы фильтрующейся смеси подчиняется закону Дарси

   
где  – номер фазы,  – скорость потока фазы,  – давление,  – коэффициент относительной фазовой проницаемости,  – динамическая вязкость.

Распределение давления в расчетной области  описывается краевой задачей [2]:

 (1)

 (2)

 (3)

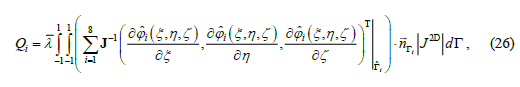
Здесь  – количество фаз.  – объединение тех границ расчетной области , где задано давление , а  – объединение границ , где задан поток смеси . Функция  не равна нулю на тех границах из , которые соответствуют активным (в интервале времени ) зонам перфорации. Остальные границы из  являются непроницаемыми (на них ).

Краевая задача (1)-(3) решается методом конечных элементов. По полученным значениям давления вычисляются объемы смеси, перетекающие через грани  конечных элементов  за единицу времени:



где  – внешняя (по отношению к ) нормаль к .





Для внутренних граней  объем смеси, перетекающий за единицу времени из конечного элемента (ячейки)  в смежную с ним по грани  ячейку  () определяется как взвешенное среднее объемов, перетекающих через эту границу на конечных элементах  и :

.  (4)

Смесь вытекает из конечного элемента , если значение  положительное, и втекает при отрицательном значении.

Если для решения краевой задачи (1)–(3) применяется МКЭ с базисными функциями из , то получается численное решение, не гарантирующее сохранение масс веществ в фильтрующейся смеси (закон сохранения в этом случае лишь аппроксимируется с той или иной точностью в зависимости от подробности сетки). Поэтому мы используем специальный метод балансировки потоков , который корректирует перетекающие объемы  таким образом, чтобы законы сохранения масс отдельных фаз (и их компонент) были выполнены с необходимой точностью. По сбалансированным потокам смеси  осуществляются перетоки фаз через  и вычисляется новый фазовый состав в конечных элементах. Для этого определяются объемы фаз , перетекающих через грань  в единицу времени.

///////////////////////////////////////////////Балансировка////////////////////////////////////////////////

Для обеспечения консервативности конечноэлементных потоков (т.е. выполнения равенства объемов втекающей и вытекающей смеси для всех конечных элементов с учетом недостающего/избыточного объема) используется специальный метод (далее для краткости будем называть этот метод – *методом балансировки потоков*).

Балансировка потоков заключается в вычислении корректирующих добавок  к численным потокам смеси , которые, с одной стороны, обеспечат высокий уровень сохранения массы смеси, а с другой – близость скорректированных (сбалансированных) потоков смеси  к исходным несбалансированным.

Корректирующие добавки  вычисляются путем минимизации следующего функционала:

, (18)

где  – номер конечного элемента,  и  – соответственно, число конечных элементов и граней,  – множество номеров граней  конечного элемента ,  – дефицит/профицит объема смеси на конечном элементе ,  и  – параметры регуляризации, а величины  определяются следующим образом:

 (19)

Минимизация (18) эквивалентна решению СЛАУ

, (20)

где  – это вектор, составленный из искомых значений ,  – диагональная матрица с элементами  на главной диагонали.

Компоненты матрицы  и вектора правой части  вычисляются с помощью соотношений

 (21)

где  – множество конечных элементов, содержащих грань .

Поскольку перетекающие объемы смеси на гранях, где заданы краевые условия (4), известны и определяются соотношением (11), то следует присвоить  значение объемов закачиваемой или откачиваемой смеси, а соответствующие  строки/столбцы исключить из СЛАУ (21) (с соответствующей коррекцией вектора правой части ).

Значение небаланса на элементе вычисляются с помощью соотношения

. (22)

Параметры  определяют степень небаланса на  объемов смеси. Их необходимо выбирать минимальными, но обеспечивающими выполнение соотношения

,

где  – заданное значение, определяющее предельно допустимый небаланс на элементе. Значения же параметров  обеспечивают близость модифицированных объемов смеси к исходным и задаются с помощью средневзвешенного небаланса на грани:

. (23)

Сбалансированные объемы смеси , перетекающие через грань , определяются в виде

. (24)

/////////////////////////////////////////////////////S////////////////////////////////////////////////////////////////////

Для всех конечных элементов  и принадлежащих им граней  вычисляются численные потоки фаз  по формуле

. (5)

Таким образом, объем -й фазы , который за время  перетекает через грань , вычисляется с использованием по формуле

 (9)

и новые значения насыщенностей на каждом элементе  на конец шага по времени 

, (10)

где  – объем ячейки ; ,  – множества номеров граней элемента , через которые -я фаза вытекает из  и, соответственно, втекает в .

На основе полученных значений  вычисляются новые значения фазовых проницаемостей  согласно заданным зависимостям  от насыщенностей фаз. Затем осуществляется переход к следующему шагу по времени, на котором процедура повторяется, начиная с расчета давления.

